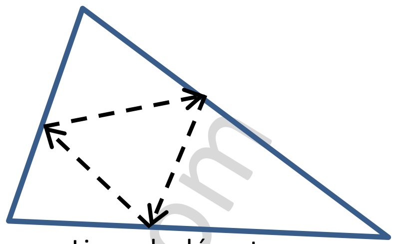
Mathématiques
Activité Informatique
La course au triangle

Points cocycliques, Triangle orthique



La course au triangle : Règle du jeu : Vous vous trouvez sur le bord d'un terrain de sport triangulaire. Vous devez, le plus vite possible, aller toucher tous les côtés du triangle et revenir au point de départ.
Quelle est la meilleure trajectoire ?

1. Démarrer GeoGebra (www.geogebra.org).
2. Masquer les axes, afficher la grille.
3. A l'aide du bouton Polygone, tracer un triangle ABC.
4. Tracer les trois hauteurs du triangle ABC.

Appeler I le pied de la hauteur issue de A.
Appeler J le pied de la hauteur issue de B.
Appeler K le pied de la hauteur issue de C.
Appeler H l'orthocentre du triangle.

Q1 : Rappel : L'orthocentre d'un triangle est ______________________
____

5. Signaler les trois angles droits aux pieds des trois hauteurs (masquer les étiquettes).

Q2 : Où se trouve le centre du cercle circonscrit au triangle ABI ? __________
____
Pourquoi ? ____
____

Q3 : Où se trouve le centre du cercle circonscrit au triangle ABJ ? __________
____

Q4 : Compléter : D'après les deux questions précédentes, les quatre points _____, _____, _____ et _____ se trouvent sur un même cercle.
*(On dit que ces quatre points sont **cocycliques**.)*

6. Tracer ce cercle (vous savez où se trouve le centre).

7. Modifier le triangle ABC et vérifier que ces quatre points restent sur le même cercle.

Q5 : Compléter : En raisonnant de la même manière sur un autre côté du triangle ABC, les quatre points _____, _____, _____ et _____ se trouvent sur un même (autre) cercle.

Q6 : Compléter : De même, les quatre points _____, _____, _____ et _____ se trouvent sur un même (troisième) cercle.

8. Masquer tout sauf le triangle ABC. (Attention : ne rien effacer !)
9. Placer un point P sur le côté $[AB]$, un point Q sur le côté $[AC]$ et un point R sur le côté $[BC]$.
10. Tracer le triangle PQR.
11. Dans la barre de saisie (tout en bas), appeler p le périmètre du triangle PQR. *(Il faut regarder dans la fenêtre Algèbre les noms des côtés du triangle PQR. En principe, ils doivent s'appeler h, i et j.)*

Q7 : Qu'avez-vous tapé dans la barre de saisie ? ________________________

12. Dans la barre de menus (tout en haut), dans le menu Options, sélectionner Arrondi : 5 décimales.
13. Déplacer les points P, Q et R sur les côtés du triangle de sorte que le périmètre du triangle PQR soit le plus petit possible. *(Il faudra bouger plusieurs fois chacun des points P, Q et R sinon ce ne sera pas précis.)*
14. Afficher à nouveau certains des objets que vous aviez masqués à l'étape 8, jusqu'à remarquer quelque chose sur la position des points P, Q et R.

Q8 : Que remarque-t-on ? ____
____
____

15. Modifier le triangle ABC pour voir si cette propriété reste vraie.

Le triangle PQR est le ***triangle orthique*** *du triangle ABC. C'est le triangle inscrit dans ABC qui a le plus petit périmètre.*
C'est donc la meilleure trajectoire pour la course au triangle !